



Zadania 14.07.2025
Rozwiązania poniższych zadań
opublikujemy w czwartek 17.07.2025

Zadanie 1. Niech E będzie dowolnym punktem na boku CD kwadratu $ABCD$. Odcinki AC i BE przecinają się w F . Udowodnić, że ortocentrum trójkąta ADF oraz punkty A, B, F leżą na jednym okręgu.

Uwaga! Ortocentrum trójkąta to miejsce przecięcia jego wysokości, a dowolne 4 punkty X, Y, Z, T leżą na jednym okręgu (w tej właśnie kolejności) wtedy i tylko wtedy, gdy $\sphericalangle XYZ + \sphericalangle XTZ = 180^\circ$ lub gdy $\sphericalangle XZY = \sphericalangle XTY$.

Zadanie 2. Udowodnij¹, że dla całkowitego $n > 1$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{n^{in}} = \frac{1}{n^n} + \frac{1}{n^{2n}} + \frac{1}{n^{3n}} + \dots = \frac{1}{(n-1)(n^{n-1} + n^{n-2} + n^{n-3} + \dots + n + 1)}.$$

Powodzenia!

¹Jeżeli korzystasz z własności geometrycznego ciągu zbieżnego, udowodnij ją.