



Zadania 17.07.2025
Rozwiązania poniższych zadań
opublikujemy w niedzielę 20.07.2025

Zadanie 1. Udowodnić, że nie istnieje dodatnia liczba całkowita $n > 3$ o następującej własności: liczba $n + 2k$ jest liczbą pierwszą dla każdego $0 \leq k < n$.

Zadanie 2. Udowodnij, że

$$\left\lfloor \sum_{n=4}^{13} \sqrt{n} \right\rfloor = 28$$

nie przybliżając wartości poszczególnych pierwiastków.

Uwaga: Za poprawny dowód

$$28 \leq \sum_{n=4}^{13} \sqrt{n} \quad \text{lub} \quad \sum_{n=4}^{13} \sqrt{n} < 29$$

można otrzymać 2 punkty.

Zadanie 3. Wyznaczyć wszystkie dodatnie liczby całkowite n o następującej własności: istnieje nieskończenie wiele ciągów liczb całkowitych dodatnich spełniających

$$a_1 + a_2^2 + \dots + a_n^n = na_1 + (n-1)a_2 + \dots + a_n.$$

Powodzenia!