



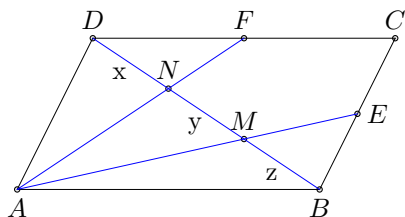
Zadanie 1. Wierzchołek A równoległoboku $ABCD$ połączono odcinkami ze środkami E i F boków odpowiednio BC i CD . Odcinki te mają punkty M i N wspólne z przekątną BD . Wykazać, że punkty M i N dzielą BD na odcinki przystające.

Źródło: Ryszard Pagacz “Mała Olimpiada Matematyczna Zadania konkursowe z rozwiązaniami Tom 2. Geometria” wydawnictwo Oficyna Edukacyjna, wydanie I, 2023 r.

Wybór zadania: Scarlett Lafa

Rozwiązanie:

Niech



$$|DN| = x, |NM| = y, |MB| = z.$$

Trójkąty AMD i BEM są podobne (kk). Skala podobieństwa wynosi 2. Zatem

$$x + y = 2z \quad (1)$$

Trójkąty ABN i FDN również są podobne (kk). Skala podobieństwa też wynosi 2. Zatem

$$y + z = 2x \quad (2)$$

Odejmując stronami (1) i (2) otrzymujemy

$$x - z = 2z - 2x$$

$$x = z$$

Wtedy z (1) otrzymujemy $y = z$, czyli $x = y = z$.



Zadanie 2. Czy istnieje trójkąt, którego pewne dwa boki mają długości 1 i 4, a pewne dwie wysokości 3 i 4? Odpowiedź uzasadnij.

Źródło: Ryszard Pagacz “Mała Olimpiada Matematyczna Zadania konkursowe z rozwiązaniami Tom 2. Geometria” wydawnictwo Oficyna Edukacyjna, wydanie I, 2023 r.

Wybór zadania: Scarlett Lafa

Rozwiązanie: Niech h_a , h_b , h_c oznaczają długość wysokości opuszczonych odpowiednio na boki o długościach a , b , c oraz $a = 4$, $b = 1$. Wtedy $h_c \leq b = 1$ i $h_a \leq b = 1$. Otrzymujemy sprzeczność, bo jedna z tych wysokości jest równa 3 lub 4. Zatem taki trójkąt nie istnieje.