



Zadanie 1. Danych jest pięć liczb: a_1 , a_2 , a_3 , a_4 i a_5 . Ich suma jest równa S . Ponadto $a_k = k + S$ dla $k \in \{1, 2, \dots, 5\}$. Czemu jest równe S ?

Źródło zadania: *Kangur Matematyczny 2023* – kategoria *Student*

Wybór zadania i redakcja rozwiązania: Maja Chlewicka

Rozwiązanie: Rozpiszmy liczby zgodnie ze wzorem:

$$\begin{cases} a_1 = 1 + S \\ a_2 = 2 + S \\ a_3 = 3 + S \\ a_4 = 4 + S \\ a_5 = 5 + S \end{cases}$$

Dodajmy je stronami pamiętając, że $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = S$:

$$1 + S + 2 + S + 3 + S + 4 + S + 5 + S$$

$$15 + 5S = S$$

$$S = -\frac{15}{4}.$$



Zadanie 2. Dany jest trójkąt $\triangle ABC$. Na boku AB wybrano taki punkt D , że $AD : DB = 1 : 2$, na boku AC wybrano taki punkt E , że $AE : EC = 2 : 1$. Wyznacz stosunek pola trójkąta $\triangle ADE$ do pola czworokąta $DBCE$.

Źródło zadania: II Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy dla uczniów szkół podstawowych województwa świętokrzyskiego z matematyki – rok szkolny 2017/2018

Wybór zadania i redakcja rozwiązania: Maja Chlewicka

Rozwiązanie:

Zauważmy, że trójkąt $\triangle ABC$ składa się z trójkąta $\triangle ADE$ i czworokąta $DBCE$, zatem:

$$P_{DBCE} = P_{ABC} - P_{ADE}$$

$$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{1}{2}, \frac{|AE|}{|EC|} = \frac{1}{2}$$

$$P_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot (h_1 + h_2)$$

Z cechy *kąt-kąt-kąt* widzimy, że trójkąt $\triangle ABC$ i trójkąt $\triangle EFC$ są podobne, zatem $\frac{|AE|}{|EC|} = \frac{1}{2}$, $\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{2}$

$$P_{ADE} = \frac{1}{2} \cdot |AD| \cdot h_1$$

$$P_{ADE} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot |AB| \cdot \frac{2}{3} (h_1 + h_2)$$

$$P_{ADE} = \frac{2}{18} \cdot |AB| \cdot (h_1 + h_2)$$

$$P_{DBCE} = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot (h_1 + h_2) - \frac{2}{18} \cdot |AB| \cdot (h_1 + h_2) = \frac{7}{18} \cdot |AB| \cdot (h_1 + h_2)$$

$$\frac{P_{ADE}}{P_{DBCE}} = \frac{2}{7}.$$

