



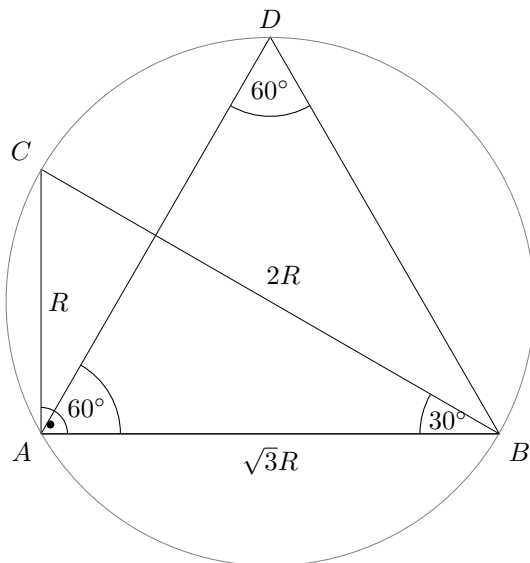
Zadanie 1. Na trójkącie prostokątnym ABC opisano okrąg o środku O i promieniu R . Na łuku BC (niezwierającego punktu A) opisano punkt D , taki że trójkąt ABD jest równoboczny.

Oblicz pole trójkąta ABC w zależności od R .

Autor zadania: Maja Chlewicka

Rozwiązanie: Trójkąt $\triangle ABD$ jest równoboczny, zatem każdy jego kąt ma miarę 60° . Można zauważyć że skoro kąt ADB ma miarę 60° to kąt ACD oparty na tym samym łuku AB również ma 60° . Wiemy teraz że skoro jest to trójkąt prostokątny to jego kąty mają miary 60° i 90° zatem kąt ABC musi mieć 30° . Mamy do czynienia z trójkątem specjalnym więc wiemy jaki stosunek mają do siebie jego boki. Musimy jednak obliczyć jego pole w zależności od promienia koła, a skoro okrąg jest opisany na trójkącie prostokątnym to $R = \frac{1}{2}|BC|$ i $|BC| = 2R$. Z własności trójkąta $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ wynika że $|AC| = R$ i $|AB| = \sqrt{3}R$.

$$P = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}R \cdot R \implies P = R^2 \frac{\sqrt{3}}{2}$$





Zadanie 2. Ile jest liczb 6-cyfrowych takich, że:

- a) Żadna cyfra się nie powtarza
- b) Cyfry są ułożone w kolejności rosnącej (od lewej do prawej)

Autor zadania: Antonina Pajek

Rozwiązanie: Najpierw rozważmy ile jest wszystkich 6 elementowych podzbiorów zbioru cyfr od 0 do 9 (każdy podzbiór 6 liczb jednoznacznie wyznacza nam szukaną liczbę) – takich podzbiorów jest $\binom{10}{6} = 210$. Zauważmy że jeśli 0 byłaby najmniejsza z liczb to cała liczba zaczynałaby się od 0 czyli nie byłaby ona 6 cyfrowa. W takim przypadku wybieram pozostałe 5 cyfr spośród danego zbioru, takich kombinacji jest $\binom{9}{5} = 126$. Czyli liczba szukanych liczb to $210 - 126 = 84$.