



Zadanie 1. Wyznacz resztę z dzielenia liczby:

$$13^{2024} + 14^{2024} + 15^{2024}$$

przez 7.

Autor zadania: Antonina Pajek

Rozwiązanie: Rozpatrzmy reszty z dzielenia 13, 14 i 15 przez 7. Zobaczmy, że:

$$13 \equiv -1 \pmod{7} \quad 14 \equiv 0 \pmod{7} \quad 15 \equiv 1 \pmod{7}$$

Czyli nasze wyrażenie wygląda następująco :

$$(-1)^{2024} + 0^{2024} + 1^{2024} \pmod{7}.$$

Zobaczmy, że -1 podniesione do potęgi parzystej jest jedynką, zatem wystarczy teraz zsumować : $1 + 0 + 1 = 2$. Czyli naszą szukaną resztą jest 2.



Zadanie 2. Na farmie A znajduje się 12 krów, z których każda daje 15 litrów mleka dziennie. Na farmie B jest o 6 krów mniej niż na farmie A , a każda krowa z farmy B daje o 11 litrów więcej mleka dziennie niż krowa z farmy A . Pewnego dnia farmerzy postanowili wymienić się krowami:

- a) Z farmy A na farmę B przekazano 4 krowy
- b) Z farmy B na farmę A przekazano 2 krowy

Krowy nie zmieniają swojej wydajności mleka, niezależnie od tego, na jakiej farmie się znajdują. Oblicz, ile mleka dziennie będą teraz produkować farma A i farma B po tej wymianie i ile jest krów na każdej z farm.

Autor zadania: Maja Chlewicka

Rozwiązanie: Farma A : 12 krów, z których każda daje 15 litrów mleka dziennie czyli razem dają $12 \cdot 15 = 180$ litrów dziennie Farma B : 6 krów mniej czyli $12 - 6 = 6$ i 11 litrów więcej czyli $15 + 11 = 26$ litrów $26 \cdot 6 = 156$ litrów mleka dziennie Z farmy A na farmę B przekazano 4 krowy o wydajności 15 l dziennie, a z farmy B na farmę A przekazano 2 krowy o wydajności 26 l dziennie.

Farma A : $12 - 4 + 2 = 10$ krów

Farma B : $6 - 2 + 4 = 8$ krów

Na farmie A zostało 8 krów dających 15 l i przybyły 2 krowy dające 26 l mleka więc $15 \cdot 8 + 2 \cdot 26 = 172$ l dziennie Na farmie B 4 krowy dające 26 l i 4 dające 15 l więc $4 \cdot 26 + 4 \cdot 15 = 164$ l dziennie **Odp:** Na farmie A jest 10 krów, które produkują 172 litry mleka dziennie, a na farmie B 8 krów dających 164 litry dziennie.