

-  **Zadanie 1.** W zespole przygotowującym niespodziankę na dzień chłopaka jest 16 dziewczyn, każda z innego rocznika i innego profilu. Czy mogą usiąść w 4 rzędach i 4 kolumnach, tak aby w żadnym rzędzie lub kolumnie nie było 2 dziewczyn z tego samego rocznika lub profilu?

Autor zadania: Grzegorz Rudnicki

Rozwiązanie: Mogą. Prezentujemy przykładowe rozwiązanie:

1A	2C	3D	4B
2B	1D	4C	3A
3C	4A	1B	2D
4D	3B	2A	1C

Zadanie 2. W ramach niespodzianki zorganizowano turniej siatkówki, w systemie każdy z każdym. W siatkówce gra się do trzech wygranych setów. W turnieju wzięło udział n drużyn i rozegrano łącznie s setów. Wykaż, że:

$$5 \cdot \binom{n}{2} \leq s \leq 3 \cdot \binom{n}{2}$$

Symbolem Newtona (współczynnikiem dwumianowym) nazywamy

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Autor zadania: Grzegorz Rudnicki

Rozwiązanie: Na początku policzymy ile rozegrano meczów. Pierwszą drużynę do pary możemy wybrać na n sposobów, drugą zaś na $n - 1$ sposobów, jednak ponieważ parę A, B uznajemy za tożsamą z parą B, A , musimy podzielić nasz wynik przez 2. Zauważmy, że

$$\frac{n \cdot (n-1)}{2} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-2) \cdot 2} = \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} = \binom{n}{2}$$

Gdyby w każdym meczu rozegrane zostały wszystkie możliwe sety, było by ich 5 razy więcej niż meczów. Gdyby zaś rozegrano minimalną ich liczbę, było by ich 3 razy tyle ile meczów. Zatem,

$$5 \cdot \binom{n}{2} \leq s \leq 3 \cdot \binom{n}{2}.$$

■