

 **Zadanie 1.** Oceny Klary z matematyki wyglądają następująco:

6 wagi 1

6 wagi 1

6 wagi 1

5 wagi 2

4 wagi 2

Dzisiaj klasa pisze duży sprawdzian wagi 3. Skala oceniania jest klasyczna: od 1 do 6. Jaką ocenę musi dostać aby średnia ważona jej ocen była większa lub równa 5,5?

Autor zadania: Scarlett Lafa

Odpowiedź: nie może mieć takiej średniej

Rozwiązanie: średnia ważona Klary po sprawdzianie będzie wyglądać tak (przez a oznaczamy ocenę z jej dużego sprawdzianu):

$$\frac{6 \cdot 1 + 6 \cdot 1 + 6 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + a \cdot 3}{1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 3} = \frac{36 + 3a}{10}$$

średnia ta ma być większa lub równa 5,5 czyli

$$\frac{36 + 3a}{10} \geq 5,5 \quad / \cdot 10$$

$$36 + 3a \geq 55$$

$$3a \geq 19$$

$$a \geq 6, (3)$$

jest to niemożliwe, ponieważ największą oceną jaką może dostać Klara jest 6.

 **Zadanie 2.** Dla $a, b \geq 0$ wykaz, że prawdziwa jest nierówność:

$$2a^2 + 2b^2 + a + b \geq 2ab + 2\sqrt{ab}$$

Autor zadania: Scarlett Lafa

Rozwiązanie: Zauważmy, że dla $a, b \geq 0$, $a^2 + b^2 \geq 2ab \geq ab$ więc

$$a^2 + b^2 \geq ab \quad / \cdot 2$$

$$2a^2 + 2b^2 \geq 2ab$$

oraz zauważmy, że $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$

$$a + b - 2\sqrt{ab} \geq 0$$

$$a + b \geq 2\sqrt{ab}$$

po dodaniu otrzymujemy

$$2a^2 + 2b^2 + a + b \geq 2ab + 2\sqrt{ab}$$